

ÇALIŞMA SORULARI V

Ders: MAT 261

Konu: ORTOGONALLİK

1. (a) $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}$ ve $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ vektörleri arasındaki uzaklığı ve açığı belirleyiniz.
(b) $(2, 1, -2)$ noktasından $6(x - 1) + 2(y - 3) + 3(z + 4) = 0$ düzlemine olan en kısa uzaklığı bulun.
2. $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} a \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -b \end{bmatrix}$ veriliyor. $\{u, v\}$ kümesinin ortonormal olması için a ve b ne olmalıdır?
3. $C[0, 1]$ uzayında aşağıdaki iç çarpımları hesaplayın.
 - (a) $\langle e^x, e^{-x} \rangle$
 - (b) $\langle x, \sin(\pi x) \rangle$
4. Aşağıdakilerin $C[a, b]$ uzayında bir norm oluşturup oluşturmadığını belirleyin.
 - (a) $\|f\| = |f(a)| + |f(b)|$
 - (b) $\|f\| = \max_{x \in [a, b]} |f(x)|$
5. $\mathbf{x} = (1, 1, 1, 1)^T$ ve $\mathbf{y} = (8, 2, 2, 0)^T$ olsun. Öyleyse \mathbf{x} 'in \mathbf{y} üzerine vektör izdüşümünü bulun.
6. Bir A matrisinin farklı sütunları birim vektörler ve ikişerli olarak birbirine dik iseler $A^T A$ matrisini bulun.
7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ matrisinin sütun vektörlerinin lineer kombinasyonları olarak yazılabilen üç tane ortonormal vektör bulun.

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ matrisinin sütun uzayı için ortonormal bir taban bulun.

9. R^3 'te $E = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$

tabanını Gram-Schmidt yöntemini kullanarak ortonormal bir tabana dönüştürünüz.