ÇALIŞMA SORULARI IV

Ders: MAT 261
Konu: Lineer Dönüşümler

1. Aşağıdaki şıkların herbirinde tanımlanan $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ fonksiyonunun bir lineer dönüşüm olup olmadığını belirleyiniz.

   (a) $\mathbf{v} = (v_1, v_2)^T \in \mathbb{R}^2$ olmak üzere

   $$T(\mathbf{v}) = \begin{cases} \mathbf{v} & \text{if} \quad v_1 \neq 0, \\ (0,0)^T & \text{if} \quad v_1 = 0\ . \end{cases}$$

   (b) $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ ve $S(\mathbf{v}) = -\mathbf{v}$ olmak üzere $T(\mathbf{v}) = S(S(\mathbf{v}))$.

2. (a) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$'ı $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$'e ve $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$'i $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$'e dönüştüren lineer dönüşümü bulun.

   (b) Hangi matris $\begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix}$'yi $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$'a ve $\begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix}$'yi $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$'e dönüştürür?

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ matrisinin R^3'ten R^2'ye lineer bir dönüşüm olduğunu gösteriniz. Bu dönüşümün görüntüsünün bir tabanını (bazını) elde ediniz.

4. $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ matrisinin $\mathbb{R}^2$'den $\mathbb{R}^3$'e lineer bir dönüşüm olduğunu gösteriniz. Bu dönüşümün görüntüsünün ve çekirdeğinin bir tabanını yazınız.

5. $[\mathbf{v_1}, \mathbf{v_2}, \mathbf{v_3}]$ ve $[\mathbf{w_1}, \mathbf{w_2}, \mathbf{w_3}]$, sırasıyla V ve W vektör uzaylarının sıralı tabanları olsunlar. $T(\mathbf{v_1}) = \mathbf{w_1} + \mathbf{w_2} + \mathbf{w_3}$, $T(\mathbf{v_2}) = \mathbf{w_2} + \mathbf{w_3}$ ve $T(\mathbf{v_3}) = \mathbf{w_3}$ eşitlikleri ile tanımlı lineer dönüşümün matris temsilini bulun.

6. $L(p(x)) = (\int_0^1 p(x)dx, p(0))^T$ olarak tanımlanan $L : P_2 \to \mathbb{R}^2$ lineer dönüşümünün matris temsilini bulun.