

2011-2012 SONBAHAR DÖNEMİ
MAT102 MATEMATİK II
ÇALIŞMA SORULARI 5

1. İntegrasyon bölgelerini çiziniz ve integralleri hesaplayınız.

(a) $\int_0^\pi \int_0^x x \sin y \, dy \, dx$

(b) $\int_0^1 \int_0^{y^2} 3y^3 e^{xy} \, dx \, dy$

2. f 'yi verilen bölgede integre ediniz.

(a) $1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2$ karesinde $f(x, y) = 1/(xy)$.

(b) uv düzleminin birinci dörtte bir bölgesinden $u + v = 1$ doğrusuyla kesilen üçgen bölgede $f(u, v) = v - \sqrt{u}$.

3. İntegrasyon bölgesini çiziniz, integrasyon sınırlarını değiştirerek integralleri hesaplayınız.

(a) $\int_0^\pi \int_x^\pi \frac{\sin y}{y} \, dy \, dx$

(b) $\int_0^{1/16} \int_{y^{1/4}}^{1/2} \cos(16\pi x^5) \, dx \, dy$

4. R , $y = x, y = 2x, x + y = 2$ doğrularıyla sınırlı bölge olmak üzere, $\iint_R xy \, dA$ integralini hesaplayınız.

5. Üstten $z = x^2$ silindiri ve alttan xy düzleminde $y = 2 - x^2$ parabolü ve $y = x$ doğrusuyla çevrelenen bölgeyle sınırlanan cismin hacmini bulunuz.

6. Birinci sekizde bir bölgeden $z = 4 - x^2 - y$ yüzeyiyle kesilen cismin hacmini bulunuz.

7. Verilen doğru ve eğrilerle sınırlı bölgeleri çiziniz. Bölgelerin alanlarını tekrarlanan iki katlı integraller olarak ifade ediniz ve integralleri hesaplayınız.

(a) $x = 0, y = 2x, y = 4$ doğruları.

(b) $x = y - y^2$ parabolü ve $y = -x$ doğrusu.

(c) $y = e^x$ eğrisi ve $y = 0, x = 0, x = \ln 2$ doğruları.

8. Kartezyen integralleri eşdeğer kutupsal integrallere çeviriniz ve kutupsal integralleri hesaplayınız.

(a) $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \, dx$

(c) $\int_0^2 \int_0^x y \, dy \, dx$

(b) $\int_0^6 \int_0^y x \, dx \, dy$

(d) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{-(x^2+y^2)} \, dy \, dx$

9. $r = 1 + \cos \theta$ kardioidinin içinde ve $r = 1$ çemberinin dışında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.

10. $r = 1 + \cos \theta$ ve $r = 1 - \cos \theta$ kardioidlerinin ikisinde de olan bölgenin alanını hesaplayınız.

11. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız:

(a) $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2) dz dy dx$

(c) $\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^\pi \cos(u + v + w) du dv dw$

(b) $\int_0^1 \int_0^{3-3x} \int_0^{3-3x-y} dz dy dx$

(d) $\int_1^e \int_1^e \int_1^e \ln r \ln s \ln t dt dr ds$

12. Verilen bölgelerin hacimlerini hesaplayınız.

(a) $z = y^2$ silindiri ile xy düzlemi arasında, $x = 0$, $x = 1$, $y = -1$, $y = 1$ düzlemleri ile sınırlı bölge.

(b) Birinci sekizde bir bölgede koordinat düzlemleri, $y + z = 2$ düzlemi ve $x = 4 - y^2$ silindiri ile sınırlı bölge.

(c) Birinci sekizde bir bölgede koordinat düzlemleri ve $x + y/2 + z/3 = 1$ düzlemiyle sınırlı dört yüzlü.

(d) $x^2 + y^2 = 1$ ve $x^2 + z^2 = 1$ silindirlerinin içinde ortak olan bölge.

13. Silindirik koordinatlardaki integralleri hesaplayınız.

(a) $\int_0^\pi \int_0^{\theta/\pi} \int_{-\sqrt{4-r^2}}^{3\sqrt{4-r^2}} z r dz dr d\theta$

(b) $\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{-1/2}^{1/2} (r^2 \sin^2 \theta + z^2) r dz dr d\theta$

14. Küresel koordinatlardaki integralleri hesaplayınız.

(a) $\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\sin\phi} \rho^2 \sin\phi d\rho d\phi d\theta$

(b) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_0^2 (\rho \cos\phi) \rho^2 \sin\phi d\rho d\phi d\theta$

15. Alttan $z = 0$ düzlemi, yanlardan $x^2 + y^2 = 1$ silindiri ve üstten $z = x^2 + y^2$ paraboloidi ile sınırlı bölgenin hacmini bulunuz.

16. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ küresinin içinde ve $x^2 + y^2 = 1$ silindirinin dışında kalan bölgenin hacmini bulunuz.

17. $\rho \leq a$ küresinin $\phi = \pi/3$ ve $\phi = 2\pi/3$ konileri arasında kalan kısmının hacmini bulunuz.

18. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ elipsoidinin hacmini bulunuz. (yol gösterme: $x = au$, $y = bv$, $z = cw$ alın. Sonra uvw uzayında bölgenin hacmini bulunuz.)