

2011-2012 SONBAHAR DÖNEMİ
MAT102 MATEMATİK II
ÇALIŞMA SORULARI 3

1. Fonksiyonun tanım kümesini bulunuz. Fonksiyonun değer kümesini bulunuz. Fonksiyonun seviye eğrilerini tanımlayınız. Fonksiyonun tanım kümesinin sınırlı olup olmadığını bulunuz. Tanım kümesinin açık, kapalı, veya ne açık ne kapalı olduğunu belirleyiniz. Tanım kümesinin sınırlı olup olmadığını belirleyiniz.

$$(a) f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{16 - x^2 - y^2}} \quad (b) f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} \quad (c) f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

2. Fonksiyonların değerlerini iki şekilde gösteriniz: $z = f(x, y)$ yüzeyini çizerek ve fonksiyonun tanım kümesindeki seviye eğrilerinden birkaçını çizerek. Her eğriyi fonksiyon değeriyle isimlendiriniz.

$$(a) f(x, y) = 4x^2 + y^2 \quad (b) f(x, y) = 4x^2 + y^2 + 1$$

3. Aşağıdaki fonksiyonların tipik seviye yüzeylerini çizin.

$$(a) f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2) \quad (b) f(x, y, z) = x + z \\ (c) f(x, y, z) = x^2 + y^2 \quad (d) f(x, y, z) = z - x^2 - y^2 \\ (e) f(x, y, z) = (x^2/25) + (y^2/16) + (z^2/9)$$

4. Aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (2,-3)} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 \quad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0, \ln 2)} e^{x-y} \quad (c) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{x \sin y}{x^2 + 1}$$

5. Aşağıdaki kesirleri yeniden yazdıktan sonra limitleri hesaplayınız.

$$(a) \lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (1,1) \\ x \neq y}} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y} \quad (b) \lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (1,1) \\ x \neq 1}} \frac{xy - y - 2x + 2}{x - 1} \\ (c) \lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (2,2) \\ x+y \neq 4}} \frac{x + y - 4}{\sqrt{x + y} - 2} \quad (d) \lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (4,3) \\ x \neq y+1}} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y+1}}{x - y - 1}$$

6. Aşağıdaki fonksiyonlar düzlemde hangi (x, y) noktalarında süreklidir?

$$(a) f(x, y) = \sin \frac{1}{xy} \quad (b) g(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - 3x + 2}$$

7. Farklı yollardan yaklaşarak $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ için aşağıdaki fonksiyonların limitlerinin olmadığını gösteriniz.

$$(a) f(x, y) = \frac{x^4 - y^2}{x^4 + y^2} \quad (b) g(x, y) = \frac{xy}{|xy|} \quad (c) h(x, y) = \frac{x^2 + y}{y}$$

8. $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ iken aşağıda verilen fonksiyonların limitlerini hesaplayınız veya limitin olmadığını gösteriniz.

$$(a) f(x, y) = \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} \quad (b) f(x, y) = \cos\left(\frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}\right) \quad (c) f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{|x| + |y|}{x^2 + y^2}\right)$$