

**2011-2012 GÜZ DÖNEMİ**  
**MAT102 MATEMATİK II**  
**ÇALIŞMA SORULARI 2**

1.  $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + \sqrt{5}\mathbf{k}$  ve  $\mathbf{u} = -2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - \sqrt{5}\mathbf{k}$  vektörleri verilsin. Aşağıda istenen ifadeleri hesaplayınız.
  - (a)  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}$ ,  $|\mathbf{v}|$ ,  $|\mathbf{u}|$ ,
  - (b)  $\mathbf{v}$  ve  $\mathbf{u}$  arasındaki açının kosinüsü,
  - (c)  $\mathbf{v}$  nin  $\mathbf{u}$  yönündeki skaler bileşeni,
  - (d)  $\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u}$ .
2. Köşe noktaları  $A(-5, 3)$ ,  $B(1, -2)$ ,  $C(6, -2)$  olan üçgenin alanını hesaplayınız.
3. Köşe noktaları  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(7, 1)$ ,  $D(4, 3)$  olan paralelkenarın alanını hesaplayınız.
4. Köşe noktaları  $A(3, -1, 4)$ ,  $B(1, 2, -4)$ ,  $C(-3, 2, 1)$  olan ABC üçgeninin açılarını hesaplayınız.
5.  $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{v} = -\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ ,  $\mathbf{w} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - \mathbf{k}$  vektörlerinin oluşturduğu kutunun hacmini hesaplayınız.
6.  $P(-2, 0, 3)$  ve  $Q(3, 5, -2)$  noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz.
7.  $x + y + z = 1$  ve  $x + y = 2$  düzlemlerinin kesiştiği doğrunun parametrik denkelmlerini elde ediniz.
8.  $P(3, 2, 1)$  bir nokta ve  $x = 2 + 2t$ ,  $y = 1 + 6t$ ,  $z = 3 - t$  bir düzlem olsun.
  - (a) Noktanın doğruya olan uzaklığını elde ediniz.
  - (b)  $P$  den geçen ve verilen doğruya dik olan düzlemin denklemini yazınız.
9.  $P(1, 2, 3)$ ,  $Q(3, 2, 1)$  noktalarından geçen ve  $4x - y + 2z = 7$  düzlemine dik olan düzlemin denklemini elde ediniz.
10.  $5x + 2y + z = 1$  ve  $5x - y + 2z = -8$  düzlemlerinin kesiştiği doğrunun denklemini yazınız.
11.  $S(2, -3, 4)$  noktasının  $x + 2y + 2z = 13$  düzlemine uzaklığını hesaplayınız.
12.  $x = 1 + 2t$ ,  $y = 1 + 5t$ ,  $z = 3t$  doğrusunun  $x + y + z = 2$  düzlemini kestiği noktayı bulunuz.
13.  $x + 2y + z = 1$  ve  $x - y + 2z = -8$  düzlemlerinin kesiştiği doğrunun  $x = -3 + 2t$ ,  $y = 3t$ ,  $z = 1 + 4t$  doğrusuna paralel olup olmadığını araştırınız.

14.  $P_1(x_1, y_1)$  noktasından  $ax + by = c$  doğrusuna olan uzaklığın

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

olduğunu vektör kullanarak gösteriniz.

15.  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  noktasının  $Ax + By + Cz = D$  düzlemine uzaklığının aşağıdaki gibi olduğunu gösterin:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 - D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

16. Aşağıdaki yüzeyleri çiziniz:

(a)  $x^2 - y^2 = z$

(d)  $y = 2 - x^2 - z^2$

(g)  $x^2 - y^2 - z^2 = 1$

(b)  $z = y^2 + 1$

(e)  $z^2 + x^2 - (y - 2)^2 = 0$

(c)  $x^2 + 4y^2 = 36$

(f)  $x^2 + 16y^2 + z^2 = 16$

17. Vektör değerli  $\mathbf{r}(t) = (2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}) + (\cos t)(\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{j}) + (\sin t)(\frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{k})$  fonksiyonunun mekezi  $(2, 2, 1)$  noktasında olan,  $x + y - 2z = 2$  düzlemindeki 1 yarıçaplı çember üzerinde hareket eden bir parçacığın hareketini tanımladığını gösteriniz.

18.  $\mathbf{v}$ ,  $t$ 'nin türevlenebilir bir vektör fonksiyonu olsun. Her  $t$  için,  $\mathbf{v} \cdot (d\mathbf{v}/dt) = 0$  ise,  $|\mathbf{v}|$ 'nin sabit olduğunu gösteriniz.

19. Aşağıdaki eğrilerin birim teğet vektörlerini hesaplayınız. Ayrıca verilen eğrilerin belirtilen parçalarının uzunluklarını bulunuz.

(a)  $\vec{r}(t) = (2 + t)\vec{i} - (t + 1)\vec{j} + t\vec{k}$ ,  $0 \leq t \leq 3$

(b)  $\vec{r}(t) = 6t^3\vec{i} - 2t^3\vec{j} - 3t^3\vec{k}$ ,  $1 \leq t \leq 2$

(c)  $\vec{r}(t) = (t \sin t + \cos t)\vec{i} + (t \cos t - \sin t)\vec{j}$ ,  $\sqrt{2} \leq t \leq 2$

20.  $\vec{r}(t) = (5 \sin t)\vec{i} + (5 \cos t)\vec{j} + 12t\vec{k}$  eğrisi üzerinde artan yay uzunluğu yönünde  $t = 0$ 'a karşı gelen  $(0, 5, 0)$  noktasından  $26\pi$  birim uzaklıktaki noktayı bulunuz.

21.  $t = 0$  noktasından başlayarak eğri boyunca yay uzunluğu parametresini bulunuz. Sonra eğrinin belirtilen parçasının uzunluğunu bulunuz.

$$\vec{r}(t) = (\cos t + t \sin t)\vec{i} + (\sin t - t \cos t)\vec{j}, \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$$