MAT 102 **ARASINAV** **26 KASIM 2011**

SORU 1 Aşağıdaki boşluklar öğrenci tarafından doldurulacaktır.

Öğrenci No:	Elektronik posta (e-mail) adresi:	Grup No:	Sıra No:	Puan
Adı:	Soyadı:		İmza:	

Lütfen bu soruyu yalnız bu kağıdın ön yüzünü ve gerekirse arka yüzünü kullanarak cevaplandırınız.

[12pt] **a)** Genel terimi $\mathbf{a_n} = \left(\dfrac{\mathbf{3n-1}}{\mathbf{3n+2}}\right)^{\mathbf{n}}$ olan $\{\mathbf{a_n}\}$ dizisinin limitini bulunuz.

[13pt] **b)** Genel terimi $\mathbf{a_n} = \displaystyle\sum_{\mathbf{k=1}}^{\mathbf{n}} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{(2k-1)(2k+1)}}$ olan dizinin yakınsaklığını Azalmayan Diziler Teoremini kullanarak inceleyiniz.

ÇÖZÜM:

a) $$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{3}{3n+2}\right)^n = \lim_{n\to\infty}\left[\left(1-\frac{3}{3n+2}\right)^{3n+2-2}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left[\left(1-\frac{3}{3n+2}\right)^{3n+2}\left(1-\frac{3}{3n+2}\right)^{-2}\right]^{1/3} = \left(e^{-3}\cdot 1\right)^{1/3}$$

$$= e^{-1} = \boxed{\frac{1}{e}}$$

b) $$\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{A}{2k-1} + \frac{B}{2k+1}, \quad \boxed{A = 1/2}, \quad \boxed{B = -1/2}$$

$$a_n = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1}\right] = \frac{1}{2}\left[\left(1-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{5}}\right)+\cancel{\cdots}+\left(\cancel{\frac{1}{2n-1}}-\frac{1}{2n+1}\right)\right]$$

$$a_n = \frac{n}{(2n+1)}$$

$$a_{n+1} - a_n = \frac{n+1}{(2n+3)} - \frac{n}{(2n+1)} = \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} > 0, \quad \{a_n\} \text{ azalmay}$$

$$a_n = \frac{n}{(2n+1)} < 1$$

$\{a_n\}$ azalmayan ve üstten sınırlı bir dizi olduğundan yakınsaktır.

SORU 2 Aşağıdaki boşluklar öğrenci tarafından doldurulacaktır.

Öğrenci No:	Elektronik posta (e-mail) adresi:	Grup No:	Sıra No:	Puan
Adı:	Soyadı:		İmza:	

Lütfen bu soruyu yalnız bu kağıdın ön yüzünü ve gerekirse arka yüzünü kullanarak cevaplandırınız.

[10pt] **a)** $\sum_{n=3}^{\infty}\left(\sqrt{n^2+4n}-\sqrt{n^2-3n}\right)$ serisi yakınsak mıdır? Yanıtınızı açıklayınız.

[15pt] **b)** $2x+3y-z=7$ düzlemine paralel olan ve

$$x=1+2t\ ,\ y=2-t\ ,\ z=3t \quad ; \quad x=5+s\ ,\ y=-s\ ,\ z=6+2s$$

doğrularının arakesit noktasından geçen düzlemin denklemini yazınız.

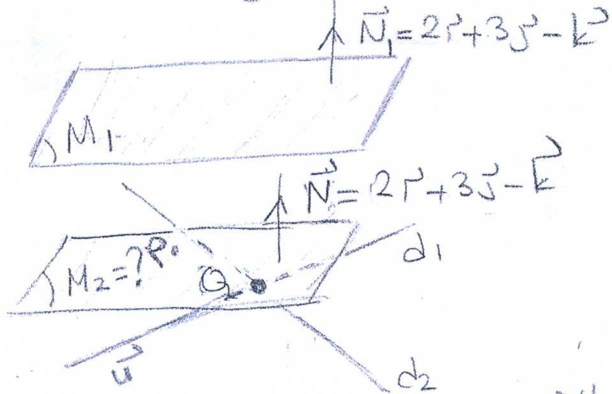
ÇÖZÜM:

a) $a_n=\dfrac{\left(\sqrt{n^2+4n}-\sqrt{n^2-3n}\right)\left(\sqrt{n^2+4n}+\sqrt{n^2-3n}\right)}{\sqrt{n^2+4n}+\sqrt{n^2-3n}}=\dfrac{\cancel{n^2}+4n-(\cancel{n^2}-3n)}{\sqrt{n^2+4n}+\sqrt{n^2-3n}}$

$=\dfrac{7n}{\sqrt{n^2+4n}+\sqrt{n^2-3n}}$, $\boxed{\lim_{n\to\infty} a_n=\frac{7}{2}\neq 0}$

n. terim testine göre ıraksaktır.

b)



$M_1 // M_2$ olduğundan $\boxed{\vec{N}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}}$

d_1: $x=1+2t,\ y=2-t,\ z=3t$

d_2: $x=5+s,\ y=-s,\ z=6+2s$

x: $1+2t=5+s \Rightarrow 2t-s=4$

y: $2-t=-s \Rightarrow t-s=2$

z: $3t=6+2s \Rightarrow 3t-2s=6$

$\boxed{t=2}$ $\boxed{s=0}$

$Q(x_0,y_0,z_0)=(5,0,6)$

$P(x,y,z)$, aranan düzlemde herhangi nokta olmak üzere,

$\vec{QP}\cdot\vec{N}=0$

$2(x-5)+3(y-0)+(-1)(z-6)=0$

veya $\boxed{2x+3y-z=4}$