

**2011-2012 GÜZ DÖNEMİ MAT101 MATEMATİK I**  
**Çalışma Soruları-5**

**Konu:** Kutupsal Koordinatlar ve Grafikler, Kutupsal Koordinatlarda Alan ve Hacim Hesabı, İntegral Uygulamaları

1. Kutupsal koordinatları aşağıdaki eşitsizlikleri sağlayan noktaların grafiklerini çiziniz.

(a)  $2 < r \leq 5$  ve  $3\pi/4 < \theta < 5\pi/4$ ,

(b)  $r \geq 1$  ve  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ .

2. Aşağıdaki kartezyen denklemleri kutupsal denklemlere dönüştürünüz.

(a)  $x + y = 10$ ,

(c)  $y = e^{2x}$ ,

(b)  $x^2 + y^2 = 2cx$ ,

(d)  $(x - 1)^2 + y + y^2 = 1$ .

3. Aşağıdaki kutupsal denklemleri kartezyen denklemlere dönüştürünüz.

(a)  $r = -4 \cos \theta$ ,

(c)  $r = (\csc \theta) e^{r \cos \theta}$ ,

(e)  $r = 2 \sin \theta + 2 \cos \theta$ ,

(b)  $r = \theta$ ,

(d)  $r = 2 \tan \theta \sec \theta$ ,

(f)  $r \cos(\theta + \frac{3\pi}{4}) = 1$

4. Aşağıda tanımlanan eğrilerin kartezyen ve kutupsal denklemlerini yazınız.

(a) Pozitif  $x$ -ekseni ile  $\pi/6$  açısı olan ve orijinden geçen doğru.

(b)  $(3, 3)$  noktasından geçen düşey doğru.

(c) Merkezi  $(2, 3)$  ve yarıçapı 5 olan çember.

5. Aşağıdaki kutupsal eğrileri çiziniz.

(a)  $r = -3 \cos \theta$ ,

(c)  $r = a(1 + \sin \theta)$ ,

(e)  $r^2 = \cos 2\theta$ ,

(b)  $r \sin \theta = \ln(r) + \ln(\cos \theta)$ ,

(d)  $r^2 = -\sin 2\theta$ ,

(f)  $\theta = -\pi/3$

6. Aşağıdaki eğrilerin verilen  $\theta$  noktalarındaki teğet denklemlerinin eğimini bulunuz.

(a)  $r = 1/\theta$ ,  $\theta = \pi$ ,

(b)  $r = 2 - \sin \theta$ ,  $\theta = \pi/3$ .

7. Aşağıda verilen eğrilerin yatay ve düşey teğetlerinin denklemlerini bulunuz.

(a)  $r = 2 \sin \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,

(b)  $r = 3 - 4 \cos \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

8. Aşağıdaki bölgelerin alanlarını bulunuz.

(a)  $r = a(1 + \sin \theta)$ ,  $a > 0$ , kardioidinin içi

(b)  $r^2 = 2a^2 \sin(2\theta)$  lemniskatının içi

9. Aşağıdaki bölgelerin alanlarını bulunuz.

(a)  $r = \sqrt{3} \cos \theta$  ve  $r = \sin \theta$  çemberlerinin ortak iç bölgesi,

(b)  $r = 2$  çemberinin ve  $r = 2(1 - \cos \theta)$  kardioidinin ortak iç bölgesi,

(c)  $r = 3 \cos \theta$  çemberinin içinde ve  $r = 1 + \cos \theta$  kardioidinin dışında kalan bölge,

(d)  $r^2 = 6 \cos 2\theta$  lemniskatının içinde,  $r = (3/2) \sec \theta$  doğrusunun sağındaki bölge,

(e)  $r = \sqrt{3} \sin \theta$ ,  $r = 3 \cos \theta$  eğrilerinin içinde ve  $r = \sqrt{3}(1 - \sin \theta)$  eğrisinin dışında kalan bölge.

10.  $y = 1/x$ ,  $y = x$ ,  $y = x/4$ ,  $x > 0$  eğrileri arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.

11.  $y = x$ ,  $y = x/2$  ve  $x = -1$  doğruları ile sınırlı bölge

(a)  $y$ -ekseni

(c)  $x = 1$  doğrusu

(e)  $y = 1$  doğrusu

(b)  $x = -1$  doğrusu

(d)  $x$ -ekseni

etrafında döndürülüyor. Oluşan cisimlerin hacmini

(i)Pul/Disk ve

(ii)Kabuk yöntemi

ile hesap ediniz.

12.  $-\pi/4 \leq x \leq \pi/4$  aralığı üzerinde  $y = 2 \cos x$  ve  $y = \sec x$  eğrileri tarafından sınırlanan bölgenin  $x$ -ekseni etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini bulunuz.

13.  $y = \ln x$  eğrisi ve  $y = 1$ ,  $x = 1$  doğruları tarafından sınırlanan bölgenin

(a)  $x$ -ekseni,

(b)  $y = 1$  doğrusu,

(c)  $y$ -ekseni

etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini veren belirli integrali yazınız.

14.  $R$  bölgesi birinci bölgede  $x = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$  doğruları ve  $y = e^{-x}$  eğrisi tarafından sınırlansın.  $R$ 'nin  $x = 1$  doğrusu etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini bulunuz.

15.  $0 \leq y \leq 1 - x^2$  bölgesinin (a)  $x$  eksenine ve (b)  $y = 1$  doğrusu etrafında döndürülmesiyle elde edilen cisimlerin hacmini bulunuz.

16.  $y = 1 + \sin x$  eğrisi ve  $y = 1$ ,  $x = 0$  ve  $x = \pi$  doğruları ile sınırlı bölgenin  $x$ -ekseni etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini bulunuz.

17.  $y = |x|$  ve  $y = \sqrt{1 - x^2}$  eğrileri ile sınırlı bölgenin  $x = 1$  doğrusu etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini veren belirli integrali yazınız.

18.  $y^2 = 4x$  parabolü ve  $y = x$  doğrusu ile sınırlı bölgenin (a)  $x$ -ekseni, (b)  $y$ -ekseni, (c)  $y = 4$  doğrusu, (d)  $x = 4$  doğrusu ve (e)  $x = -1$  doğrusu etrafında döndürülmesiyle elde edilen cisimlerin hacmini bulunuz.

19.  $y = \sin x$  eğrisi,  $y = 1/2$  ve  $x = 0$  doğruları ile sınırlı bölgenin  $x$ -ekseni etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini kabuk yöntemiyle bulunuz.

20. Soldan  $x = y^2 + 1$  parabolü, sağdan  $x = 5$  doğrusu ile sınırlı bölgenin (a)  $x$ -ekseni, (b)  $y$ -ekseni, (c)  $x = 5$  doğrusu etrafında döndürülmesiyle elde edilen cisimlerin hacmini bulunuz.

21. Aşağıdaki eğrilerin uzunluklarını bulunuz.

(a)  $y = \ln(1 - x^2)$ ,  $0 \leq x \leq 1/2$

(b)  $y = \ln(\cos x)$ ,  $0 \leq x \leq \pi/3$

(c)  $x = \frac{y^{3/2}}{3} - \sqrt{y}$ ,  $1 \leq y \leq 9$

(d)  $y = \int_{-2}^x \sqrt{3t^2 - 1} dt$ ,  $-2 \leq x \leq -1$

22. Orijininden geçen ve uzunluğu  $L = \int_0^4 \sqrt{1 + \frac{1}{4x}} dx$  olan bir eğri bulunuz.

23. Aşağıdaki parametrik eğrilerin uzunluklarını bulunuz.

(a)  $x = 8 \cos t + 8t \sin t$ ,  $y = 8 \sin t - 8t \cos t$ ,  $0 \leq x \leq \pi/2$ ,

(b)  $x = \sin^{-1}(t)$ ,  $y = \ln \sqrt{1 - t^2}$ ,  $0 \leq x \leq 1/2$ .

24. Aşağıdaki kutupsal eğrilerin uzunluklarını bulunuz.

(a)  $r = \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,

(b)  $r = 3 \sin \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi/3$ ,

(c)  $r = 2/(1 - \cos \theta)$ ,  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ .